Vektor-Winkel Formel im Raum

Definition: ©www.mein-lernen.at

Mit der **Vektor-Winkel-Formel** können Winkel zwischen zwei Vektoren berechnet werden.

Der Zähler ist das skalare Produkt der beiden Richtungsvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Der Nenner ist das Produkt der beiden Beträge der Richtungsvektoren $|\vec{a}| * |\vec{b}|$.

Gesucht ist immer der spitze Winkel. Ergibt sich als Lösung ein stumpfer Winkel, so wird der Supplementärwinkel als Lösung angegeben: ρ´= 180° - ρ

Formel:

$$\cos \rho = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|}$$

cos ρ = Vektorwinkel

$\vec{a}$ = Richtungsvektor $\vec{a}$ $\vec{b}$= Richtungsvektor $\vec{b}$

$|\vec{a}|$ = Betrag/Länge vom Richtungsvektor $\vec{a}$

$|\vec{b}|$ = Betrag/Länge vom Richtungsvektor $\vec{b}$

Beispiel:

Berechne den Winkel, den die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} +3 \\ -2 \\ +1 \end{pmatrix} und\ \vec{b} = \begin{pmatrix} +4 \\ -3 \\ +5 \end{pmatrix}$$

Lösung:

$$cos\ \rho = \frac{\begin{pmatrix} +3 \\ -2 \\ +1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} +4 \\ -3 \\ +5 \end{pmatrix}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2} * \sqrt{4^2 + (-3)^2 + 5^2}}$$

$$cos\ \rho = \frac{+3 * 4 + (-2) * (-3) + 1 * 5}{\sqrt{9 + 4 + 1} * \sqrt{16 + 9 + 25}}$$

$$cos\ \rho = \frac{+12 + 6 + 5}{\sqrt{14} * \sqrt{50}}$$

$$cos\ \rho = \frac{+23}{\sqrt{14} * \sqrt{50}}$$

cos ρ = 0,869... $\cos^{-1}$ Taschenrechner = 29,62° ©www.mein-lernen.at