Wurzelrechnung Nenner rational machen

Definition:

Wenn im Nenner eine Wurzel steht, die eine irrationale Zahl darstellt, so macht es mathematisch Sinn diese Wurzel zu eliminieren.

In anderen Worten wird durch die Umformung aus der irrationalen Zahl eine rationale Zahl.

Deshalb nennt man den Vorgang die Wurzel im Nenner zu eliminieren "Rational machen" des Nenners.

Umgesetzt wird dieser Vorgang, indem man den Bruch geschickt erweitert.

z.B. steht im Nenner $\sqrt{4}$ wird diese mit $\sqrt{4}$ erweitert: $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{(4)^2}$ d.f. 4

Beispiel mit Quadratwurzel:

Vorgangsweise:

Hier wird der Bruch mit der Wurzel erweitert, die im Nenner steht.

Beispiel:

$$\frac{4}{\sqrt{3}}$$

1. Schritt: Wir erweitern Zähler und Nenner jeweils mit $\sqrt{3}$

$$\frac{4 \ * \sqrt{3}}{\sqrt{3} \ * \sqrt{3}} = \frac{4 \ * \sqrt{3}}{\sqrt{9}}$$

2. Schritt: Wir vereinfachen durch Wurzelziehen

$$\frac{4 \ * \sqrt{3}}{3}$$

Beispiel mit höheren Wurzeln:

Vorgangsweise:

Hier wird der Bruch mit der Differenz vom Nenner zum Zähler des Wurzelexponenten erweitert.

Wurzelrechnung Nenner rational machen

Beispiel:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$

1. Schritt: Wir erweitern Zähler und Nenner jeweils mit $(\sqrt{3})^2$

Die Differenz von 3 - 1 = **2** weil $\sqrt[3]{3}$ entspricht 3 hoch 1/3

$$\frac{2 \;*\; (\sqrt[3]{3})^2}{\sqrt[3]{3} \;*\; (\sqrt[3]{3})^2} = \frac{2 \;*\; (\sqrt{3})^2}{(\sqrt[3]{3})^3}$$

2. Schritt: Wir vereinfachen durch Wurzelziehen

Anmerkung: $(\sqrt[3]{3})^3 = 3^{3/3} = 3$

$$\frac{2 \;*\; (\sqrt{3})^2}{3}$$

Beispiel mit Erweiterung auf die 1. binomische Formel:

Vorgangsweise:

Bei einer vorliegenden Summe wird der Nenner auf die 1. binomische Formel erweitert.

Prinzip: Nenner $(a + b) * (a + b) = (a + b)^2$

Beispiel:

$$\frac{5}{\sqrt{(2x + 3y)}}$$

1. Schritt: Wir erweitern mit der gleichen Summe:

$$\frac{5 \;*\; \sqrt{(2x + 3y)}}{\sqrt{(2x + 3y)} \;*\; \sqrt{(2x + 3y)}}$$

$$\frac{5 \;*\; \sqrt{(2x + 3y)}}{\sqrt{(2x + 3y)^2}} =$$

2. Schritt: Wir vereinfachen durch Wurzelziehen im Nenner

$$\frac{5 \;*\; \sqrt{(2x + 3y)}}{2x + 3y}$$

Wurzelrechnung Nenner rational machen

Beispiel mit Erweiterung auf die 2. binomische Formel:

Vorgangsweise:

Bei einer vorliegenden Differenz wird der Nenner auf die 2. binomische Formel erweitert.

Prinzip: Nenner $(a - b) * (a - b) = (a - b)^2$

Beispiel:

$$\frac{2}{\sqrt{(x - 4y)}}$$

1. Schritt: Wir erweitern mit der gleichen Differenz:

$$\frac{2 * \sqrt{(x - 4y)}}{\sqrt{(x - 4y)} * \sqrt{(x - 4y)}} \quad \text{d.f.} \quad \frac{2 * \sqrt{(x - 4y)}}{\sqrt{(x - 4y)^2}}$$

2. Schritt: Wir vereinfachen durch Wurzelziehen im Nenner:

$$\frac{2 * \sqrt{(x - 4y)}}{x - 4y} =$$

Beispiel mit Erweiterung auf die 3. binomische Formel:

Vorgangsweise:

Hier wird der Nenner auf die 3. Binomische Formel erweitert.

Prinzip: Nenner $(a - b) * (a + b) = a^2 - b^2$

Beispiel:

$$\frac{7}{\sqrt{4} - \sqrt{5x}}$$

1. Schritt: Wir erweitern die Summe mit der Differenz und umgekehrt

$$\frac{7 * (\sqrt{4} + \sqrt{5x})}{(\sqrt{4} - \sqrt{5x}) * (\sqrt{4} + \sqrt{5x})} \quad \text{d.f.} \quad \frac{7 * \sqrt{(x - 4y)}}{(\sqrt{4})^2 - (\sqrt{5x})^2}$$

2. Schritt: Wir vereinfachen durch Wurzelziehen im Nenner

$$\frac{7 * \sqrt{(x - 4y)}}{4 - 5x}$$