

# kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

©www.mein-lernen.at



[Übungsblätter](#)

## Definition:

---

Das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** von zwei oder mehreren Zahlen ist die kleinste gemeinsame Zahl, in der die vorgegebenen Zahlen ohne Rest enthalten sind.

Anders formuliert bildet man das Produkt aller vorgefundenen Primzahlen mit dem jeweils höchsten vorgefundenen Exponenten.

Hinsichtlich der Lösungsbildung gibt es zwei Verfahren:

- für kleinere Zahlen genügt die einfache Bildung der Vielfachenmengen
- bei größeren Zahlen ist die Primfaktorenzerlegung vorteilhaft.

## Bildung kgV mittels Vielfachenmenge:

---

### Anwendungsgebiet:

bei kleineren Zahlen

### Vorgangsweise:

- Wir bilden von jeder Zahl die Vielfachenmenge (Malreihe der Zahl)
- Wir bestimmen das kleinste gemeinsame Vielfache

# kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

©www.mein-lernen.at

## **Tipp:**

Um das kgV herauszufinden ist es vorteilhaft zuerst das Vielfache der größeren Zahl zu bilden.

Von der kleineren Zahl müssen immer deutlich mehr Vielfache gebildet werden.

So ist das kleinste gemeinsame Vielfache schneller zu finden.

## **Beispiel:**

Bilde das kgV (15, 20)

### **1. Schritt: Wir bilden die Vielfachenmengen:**

$$V(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, 90, \dots\}$$

$$V(20) = \{20, 40, 60, 80, 100, \dots\}$$

### **2. Schritt: Wir bestimmen das kleinste gemeinsame Vielfache:**

$$V(15) = \{15, 30, 45, \mathbf{60}, 75, 90, \dots\}$$

$$V(20) = \{20, 40, \mathbf{60}, 80, 100, \dots\}$$

$$\text{d.f. kgV}(15, 20) = \mathbf{60}$$

## **Bildung kgV mittels Primfaktorenzerlegung:**

---

### **Anwendungsgebiet:**

bei größeren Zahlen

# kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

©www.mein-lernen.at

## Vorgangsweise:

1. Wir bilden von jeder Zahl die Primfaktorenzerlegung
2. Bestimme jede vorkommende Primzahl mit dem höchsten Exponenten
3. Wir bilden das Produkt aller im Punkt 2 gefundenen Primzahlen

## Beispiel:

Bilde das kgV (28, 40)

### 1. Schritt: Primfaktorenzerlegung

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Zerlege 28 in Primfaktoren und schreib in der Potenzschreibweise:

$$28 = 2^2 \cdot 7^1$$

Zerlege 40 in Primfaktoren: und schreib in der Potenzschreibweise:

$$40 = 2^3 \cdot 5^1$$

### 2. Schritt: Wir suchen pro Primzahl, jeweils die mit dem höchsten Exponenten

Primzahl 2:  $2^3$  (und nicht  $2^2$ )

Primzahl 5:  $5^1$

Primzahl 7:  $7^1$

# kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

©www.mein-lernen.at

## 3. Schritt: Wir bilden das Produkt der oben ausgewählten Primzahlen

$$\text{kgV}(28, 40) = 2^3 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 8 \cdot 5 \cdot 7 = 280$$

### Anwendung:

---

Das kgV benötigen wir in der Mathematik vor allem, um den gemeinsamen Nenner zu finden.

Deshalb ist Bildung des kgVs die Grundlage für viele Berechnungen:

a) beim Bruchrechnen

z.B.  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{2}{5}$

d.f. kgV = gemeinsamer Nenner = 20

b) bei Bruchtermen:

z.B.  $\frac{5}{(x^2 - 5x)}$  und  $\frac{2}{(x - 5)}$

d.f. kgV = gemeinsamer Nenner =  $x \cdot (x - 5)$