

■ Bruchgleichungen Überblick ©www.mein-lernen.at

Definition:

Unter einer **Bruchgleichung** versteht man die Gleichheit zweier Terme, die durch das Gleichheitszeichen (=) in eine Beziehung gesetzt werden.

Mindestens einer dieser Terme sollte ein Bruchterm sein, der im Nenner eine Variable enthält.

Beispiel:
$$\frac{8}{x-2} = \frac{2}{x}$$

Definitionsmenge:

Die Definitionsmenge einer Bruchgleichung umfasst meist die Grundmenge der rationalen Zahlen (\mathbb{Q}), oder der reellen Zahlen (\mathbb{R}), außer diejenigen Zahlen, die beim Einsetzen in die Variable des Nenners, diesem den Wert 0 zuordnen.

Hauptnenner einer Bruchgleichung:

Durch die Multiplikation mit einem Hauptnenner kann die Bruchgleichung in eine **nennerfreie Gleichung** überführt werden.

Man zerlegt dafür die gegebenen Nenner durch Herausheben und Anwendung der binomischen Formeln.

Lösungsmenge einer Bruchgleichung:

Die Menge aller Zahlen, die Bestandteile der Definitionsmenge sind und die Bruchgleichung in

eine wahre Aussage überführen, bilden die Lösungsmenge.

Diese wird in einer geschwungenen Klammer angeschrieben.

z.B. $L = \{ 2 \}$

■ Bruchgleichungen Überblick ©www.mein-lernen.at

Probe einer Bruchgleichung:

Die ermittelte Lösung wird in die Grundgleichung **eingesetzt**, um zu überprüfen, ob es eine wahre Aussage ergibt.

$$\frac{8}{x} = 4 \quad \text{Lösung} = \{ 2 \}$$

$$\frac{8}{2} = 4 \quad \text{d.f.} \quad 4 = 4 \text{ w.A.}$$

Schritte für die Lösung einer Bruchgleichung:

1. Wir bestimmen die **Definitionsmenge** (die Nenner in der Gleichung müssen ungleich 0 sein).
2. Wir zerlegen alle Nenner und bilden einen **Hauptnenner**.
3. Wir multiplizieren die Gleichung mit dem Hauptnenner und **erweitern** alle Brüche.
4. Wir berechnen die **Unbekannte(n)**.
5. Wir vergleichen die Lösungen mit der Definitionsmenge und schreiben die **Lösungsmenge** an.
6. Mit der Probe, wo wir die Variable durch die **berechnete Lösung ersetzen**, überprüfen wir das Ergebnis.

Beispiel:

$$\frac{x}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{x}$$

Grundmenge: \mathbb{Q}

■ Bruchgleichungen Überblick ©www.mein-lernen.at

1. Schritt: Definitionsmenge

$$x + 1 \neq 0 \quad / - 1 \quad \text{d.f. } x \neq -1 \quad \text{und } x \neq 0 \quad \text{d.f. } D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 0\}$$

2. Schritt: Bestimmung des Hauptnenners:

$$\text{Nenner: } x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \quad x \quad \text{blau} = \text{Erweiterungen}$$

$$\text{Nenner: } x \quad (x + 1)^2$$

$$\text{d.f. Hauptnenner: } x \quad (x + 1)^2$$

3. Schritt: Gleichung mit Hauptnenner multiplizieren

$$\frac{x}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{x} \quad / * \quad x \quad (x + 1)^2$$

4. Schritt: Erweitern und berechnen von x

$$x * x = 1 * (x + 1)^2$$

$$x^2 = x^2 + 2x + 1 \quad / - x^2$$

$$0 = 2x + 1 \quad / - 1$$

$$2x = -1 \quad / : 2$$

$$x = -0,5$$

5. Schritt: Vergleich der Lösungen mit der Definitionsmenge

Das Ergebnis $x = -0,5$ wird von der Definitionsmenge nicht ausgeschlossen.

$$\text{d.f. } L = \{-0,5\}$$